

## Cryptography in Polynomial Functions: A Teaching and Learning Process of Mathematics in Basic Education

### Criptografia em Funções Polinomiais: Um Processo de Ensino e Aprendizagem de Matemática na Educação Básica

Article Info:

Article history: Received 2022-07-03 / Accepted 2022-09-07 / Available online 2022-09-13

doi: 10.18540/jcecv18iss6pp14609-01e

**Edel Alexandre Silva Pontes**

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-9782-8458>

Instituto Federal de Alagoas, Brasil

E-mail: [edel.pontes@ifal.edu.br](mailto:edel.pontes@ifal.edu.br)

**Bruno Henrique Macêdo dos Santos Silva**

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-2277-7908>

Universidade Federal de Alagoas, Brasil

E-mail: [brunohenriquemacedo2001@gmail.com](mailto:brunohenriquemacedo2001@gmail.com)

**Elinelson Gomes de Oliveira**

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-4400-3825>

Instituto Federal de Alagoas, Brasil

E-mail: [elinelson.oliveira@ifal.edu.br](mailto:elinelson.oliveira@ifal.edu.br)

**Lidiane Leite e Lira**

ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-9719-6422>

Instituto Federal de Alagoas, Brasil

E-mail: [lidianne.lira@ifal.edu.br](mailto:lidianne.lira@ifal.edu.br)

#### Resumo

Uma das primeiras dificuldades deparadas, por professores e pedagogos na educação básica, é deliberar quais estratégias necessitam ser mantidas no desígnio de proporcionar práticas educativas hábeis e motivadoras no aprendizado de matemática. Esse artigo objetivou sugerir uma prática pedagógica vinculada a uma ferramenta matemática de codificação e decodificação de mensagens para alunos que estejam entre o final do ensino fundamental e o início do ensino médio. A ideia central é apresentar um modelo de criptografia por funções polinomiais de grau  $n$ , de modo que duas pessoas, sujeito A e sujeito B, possam se comunicar sem a intervenção de um terceiro sujeito C. O conceito de criptografia nasceu precisamente dessa necessidade de se remeter mensagens, com total segurança, entre dois ou mais agentes. Espera-se que este artigo possa contribuir para o debate desta extraordinária demanda no processo de ensino e aprendizagem de matemática na educação básica – a utilização de novos conteúdos que permitam aproximar o conhecimento matemático, por meio de atividades que provoquem motivação para seu aprendizado, entre os envolvidos.

**Palavras-chave:** Ensino e Aprendizagem de Matemática. Criptografia. Funções Polinomiais de grau  $n$ .

#### Abstract

One of the first difficulties faced by teachers and educators in basic education is to deliberate which strategies need to be maintained in order to provide skillful and motivating educational practices in learning mathematics. This article aimed to suggest a pedagogical practice linked to a mathematical tool for coding and decoding messages for students between the end of elementary school and the beginning of high school. The central idea is to present a model of encryption by polynomial functions of degree  $n$ , so that two people, subject A and subject B, can communicate without the intervention of a third subject C. The concept of cryptography was born precisely from this need to

send messages, with total security, between two or more agents. It is hoped that this article can contribute to the debate on this extraordinary demand in the process of teaching and learning mathematics in basic education - the use of new contents that allow bringing mathematical knowledge closer, by means of activities that provoke motivation for its learning, among those involved.

**Keywords:** Teaching and Learning of Mathematics. Cryptography. Polynomial functions of degree  $n$ .

## 1. Introdução

O desenvolvimento científico e tecnológico do mundo contemporâneo demanda uma quebra de paradigma educacional no processo de ensino e aprendizagem de matemática na educação básica, tendo em vista as múltiplas aplicações originadas por essa ciência das coisas e da natureza.

Os altos índices de retenção dos alunos nas avaliações de matemática na educação básica têm provocado inúmeras discussões entre educadores, em busca de uma solução ideal para minimizar esse indicador. Faz-se imprescindível encontrar práticas educativas que possam estimular o educando a enxergar a matemática como uma ferramenta primordial e útil para seu dia-a-dia, de modo a formar cidadãos críticos, prontos para novos desafios e tomadas de decisões.

Devido a uma formação estritamente conservadora e metódica, uma das primeiras dificuldades encontradas, por educadores, é definir quais estratégias devem ser alimentadas no intuito de apresentar práticas educativas eficientes e motivadoras no aprendizado de matemática. Parece-nos que os educadores ainda não perceberam a verdadeira essência de um mundo extremamente tecnológico, e a cada momento, os modelos matemáticos se tornam apropriados em seu cotidiano e de seus aprendizes.

Nem sempre é fácil abdicar uma determinada atividade padrão e recomendar outra, muitas vezes os professores, dito ainda transmissor de conhecimento, não dispõe de alternativas viáveis para o incremento de uma metodologia que aproxime o aluno do seu ambiente de convívio. O mundo contemporâneo exige que as propostas metodológicas para o ensino de matemática estejam sincronizadas com toda a evolução científica e tecnológica, muitas vezes produzidas no ambiente escolar. É necessário questionar qual a verdadeira função docente que permita propor uma mudança de paradigmas na transformação estratégica do processo ensino e aprendizagem de matemática na educação básica.

Esse trabalho objetivou recomendar uma prática pedagógica vinculada a uma ferramenta matemática para alunos que estejam entre o final do ensino fundamental e o início do ensino médio. O modelo matemático proposto fundamenta-se em empregar a criptografia para o entendimento de funções polinomiais. A partir do momento que conceitos matemáticos são estimulados, por uma prática educativa eficiente, a defasagem existente entre o cotidiano do aprendiz e a escola que frequente suaviza drasticamente.

## 2. O Ensino e Aprendizagem de Matemática na Educação Básica

A tarefa mais importante no processo de ensino e aprendizagem de matemática, na educação básica, é o desenvolvimento de habilidades e competências do aluno, no intuito de produzir estímulos necessários para um aprendizado que possa consolidar uma disposição de valores que amparem suas ambições pessoais. Fazer conjecturas sobre habilidades e competências do aprendiz perpassa pela compreensão das descobertas do educador sobre suas reais aptidões e capacidades que promova o crescimento metacognitivo deste aluno. “O ato de ensinar e o ato de aprender matemática são de diálogos inteligentes com troca de experiências e de extrema criatividade das partes envolvidas” (Pontes, 2019a, p.121).

A Matemática na vida é utilizada, desde as mais simples tarefas do dia a dia como também nas mais complexas, gera um conforto para além da escola como também em diversas de

suas atividades no cotidiano, mas infelizmente poucos são os alunos que possuem essa percepção, nem sempre isso é transmitido para os estudantes. [...] pode-se destacar um exemplo disso à famosa frase e a mais dita nas aulas de Matemática: “Para que vou usar isso na minha vida?”. E na maioria das vezes o discurso do professor obtido como resposta, não satisfaz o educando. Em algumas das escolas do nosso país os alunos são condicionados aos cálculos mecânicos para saberem fórmulas que respondam as questões de provas e exames classificatórios, assim, não aprendendo os inúmeros caminhos, segredos e curiosidades que a Matemática pode proporcionar (Santos, 2017, p.17).

Ensinar matemática e aprender matemática, nos níveis básicos de educação, transforma educador e educando, respectivamente, em sujeitos proativos, na construção de um processo educativo compartilhado, atrelado a situações de uma aprendizagem com significados e sincronizada com a realidade dos envolvidos. “O significado consiste, basicamente, em proporcionar para o aluno um conhecimento que esteja realmente vinculado à sua realidade” (Paula et al, 2016, p.26).

A linguagem matemática no princípio da vida escolar é representada por situações do cotidiano do aluno. Com o avançar da escolarização, passa a apresentar aspectos mais formais, exigindo atenção deliberada do professor no que se refere ao ensino da matemática de forma significativa. [...] Dificuldade enfrentada por alunos e professores na sala de aula para entender e explicar uma linguagem com símbolos próprios, pois não se estabelece a ampla visão sobre a progressividade na forma de representar a linguagem matemática no processo de escolarização (de Paiva Silva & da Silva, 2020, p.6).

O sucesso do ensinar e aprender matemática passa pela quebra de padrões educacionais por intermédio da linguagem matemática: É importante compreendermos que o processo formativo, conexão plena entre professor e aluno, instiga uma atitude investigativa, com significados, açodando estratégias para minimizar as defasagens entre o teórico e o prático, na possibilidade de resolver problemas e tomada de decisão. “[...] o aluno aprende para compreender o mundo tecnológico e suas relações e o professor ensina para cumprir sua missão de educador e principal transmissor de conhecimento” (Pontes, 2019a, p.120).

Faz-se necessário que o professor esteja consciente da necessidade de uma quebra de paradigmas no ensino de matemática, visto que o aluno vem de alguma prática de aprender matemática por meio de repetição extenuante de exercícios, levando-o para uma memorização de regras e conceitos. [...]. Na resolução de problemas o aprendiz conhecerá uma prática crítica e individualizada voltada para a problematização do pensamento matemático, sempre trazendo o professor como seu instrutor. (Pontes et al. 2022, p.4).

Segundo Pacheco e Andreis (2018), diversos fatores são categóricos para o fraco desempenho dos educandos nos primeiros ensaios de aprendizagem de matemática, entre eles: a maneira que o educador faz abordagem da disciplina, a não compreensão dos significados da linguagem matemática pelos educandos, a falta de estímulo para os estudos, como também, a falta de incentivo no ambiente familiar. “A Matemática traz em suas estruturas um alto nível de abstração e a forma de transmissão vai determinar o grau de dificuldade no desenvolvimento cognitivo do aluno” (de Oliveira et al, 2015, p.2).

O ensino e aprendizagem de matemática na educação básica, nos tempos atuais, têm como propósito buscar novas metodologias que possam desenvolver expertises, tanto para o professor e quanto para o aluno, para o entendimento do pensamento matemático. [...]. Assim sendo, não existem equívocos, a matemática tem uma função imprescindível para o desenvolvimento intelectual e cognitivo do aluno na escola de educação básica. Entende-se que o ato de ensinar e aprender matemática transforma-se em uma tarefa relevante para a construção do conhecimento, ativando a imaginação, a criatividade e o senso crítico. (Pontes et al. 2021, p.1434).

Segundo Pontes (2019b) além das dificuldades encontradas pelos educandos para compreender relações e conceitos matemáticos, nota-se que as propostas educacionais, muitas vezes, sem nenhuma conectividade com as necessidades dos aprendizes, estão efetivamente superadas e não conseguem seduzir o aluno ao aprendizado dos conteúdos propostos.

### 3. Uso de Criptografia no Processo de Ensino e Aprendizagem de Matemática

Atualmente, na era digital, a vida das pessoas tornou-se mais prática devido à internet, e a comunicação entre jovens estudantes são geralmente feitas através de um sistema virtual, preferencialmente, o WhatsApp. Imagine a possibilidade de criar uma ferramenta capaz de remeter uma mensagem entre duas pessoas, de modo que não houvesse possibilidade de interferência de terceiros em seu deslocamento.

A ideia de criptografia nasceu exatamente dessa necessidade de se remeter mensagens, com total segurança, entre dois ou mais agentes. “A criptografia torna possível o envio de mensagens incompreensíveis para uma terceira pessoa que, eventualmente, venha a interceptá-las, mas que poderão ser lidas pelo seu destinatário, que conhece o critério para decifrar o texto encriptado”. (Groenwald, Franke & Olgin, 2005, p.43).

A palavra Criptografia, substantivo feminino, vem do latim “*cryptographia*” formado de *krypto*, (obscuro, secreto, oculto) mais *grapho* (escrita, grafia). A Criptografia incide em codificar documentos empregando uma chave antes que essas sejam comunicadas, e após sua recepção, decodificá-las, por meio de um processo de cifração.

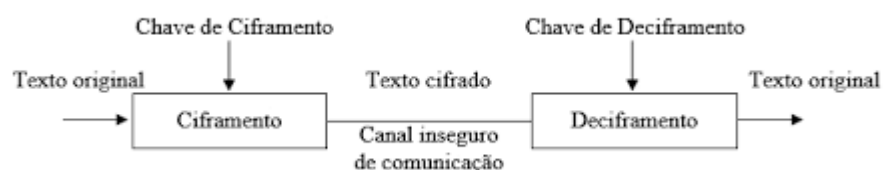
Apesar de a Criptografia ser uma área do conhecimento bastante antiga, atualmente existe uma teoria matemática que apoia seus conceitos, por intermédio das inúmeras aplicações na transmissão de mensagens secretas. Devido ao desenvolvimento científico e tecnológico e a demanda crescente da tecnologia no mundo contemporâneo, fica percebido que a Criptografia está ficando cada vez mais usual nas bancas escolares, da educação básica, motivado fundamentalmente por um cotidiano digital.

### 4. Um Sistema de Códigos por Funções Polinomiais

Segundo Tamarozzi (2001), a fundamentação básica da criptografia consiste expor uma função  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  injetiva, entre um conjunto de mensagens escritas em um determinado sistema de símbolos para um conjunto de mensagens codificadas, camuflando eficazmente a chave para a inversão da função  $f$ .

Shokranian (2005) afirma que a possibilidade de emitir mensagens em códigos, vulgo secretas, pode servir para proteger o teor enviado contra fontes não desejadas. Neste caso, estamos abordando criptografia, já que queremos tomar a mensagem da fonte A e enviá-la para a fonte B, de forma que para a fonte B consiga ler a mensagem e saber o conteúdo da fonte A, ela carece, obrigatoriamente, de uma chave para decodificar a mensagem e, conseqüentemente, lê-la.

A ideia central deste artigo é apresentar um modelo de criptografia por funções polinomiais, de modo que duas pessoas, sujeito A e sujeito B, possam se comunicar sem a intervenção de um terceiro sujeito C.



Fonte:

[http://www.mpsp.mp.br/portal/page/portal/documentacao\\_e\\_divulgacao/doc\\_biblioteca/bibli\\_servicos\\_produtos/bibli\\_informativo/bibli\\_inf\\_2006/Rev-FD-UFGM\\_71.22.pdf](http://www.mpsp.mp.br/portal/page/portal/documentacao_e_divulgacao/doc_biblioteca/bibli_servicos_produtos/bibli_informativo/bibli_inf_2006/Rev-FD-UFGM_71.22.pdf)

Em tempo, a criptografia é a conversão de um texto legível, compreensível por qualquer indivíduo, por um texto cifrado, incompreensível. É importante observar que quanto mais complexa for a chave criptográfica, mais difícil será o sujeito C descobrir a combinação correta do sistema. “A Criptografia é uma prática ou técnica muito utilizada há milhares de anos atrás, devido a sua funcionalidade de ocultar dados importantes entre dois ou mais membros, evitando interceptações entre fontes não autorizadas. ” (da Silva; Evangelista & Evangelista, 2022, p.2).

Pela Tabela 1, observa-se que a chave criptográfica é uma sequência de  $n + 2$  números, para todo  $n \geq 1$ , de tal forma que os primeiros  $n + 1$  números representam os coeficientes da função polinomial de grau  $n$ , e o último dígito  $m$  simula a quantidade de caracteres de cada letra a ser decodificada. A Tabela 2, apresenta a função injetiva que associa a cada  $f(x)$ , para todo  $1 \leq x \leq 27$ ,  $x \in \mathbb{N}$ , em uma letra do alfabeto romano.

**Tabela 1 – Criptografia por funções polinomiais**

| Chave                            | Função  |
|----------------------------------|---|
| $(a_1, a_0, m)$                  | $f(x) = a_1x + a_0$                           |
| $(a_2, a_1, a_0, m)$             | $f(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0$                  |
| $(a_3, a_2, a_1, a_0, m)$        | $f(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$         |
| ...                              | ...   |
| $(a_n, \dots, a_2, a_1, a_0, m)$ | $f(x) = a_nx^n + \dots + a_2x^2 + a_1x + a_0$ |

Fonte: Elaboração do autor

**Tabela 2 – Conversão do texto cifrado**

| $f(x)$ | Letra | $f(x)$  | Letra | $f(x)$  | Letra |
|--------|-------|---------|-------|---------|-------|
| $f(1)$ | A     | $f(10)$ | J     | $f(19)$ | S     |
| $f(2)$ | B     | $f(11)$ | K     | $f(20)$ | T     |
| $f(3)$ | C     | $f(12)$ | L     | $f(21)$ | U     |
| $f(4)$ | D     | $f(13)$ | M     | $f(22)$ | V     |
| $f(5)$ | E     | $f(14)$ | N     | $f(23)$ | X     |
| $f(6)$ | F     | $f(15)$ | O     | $f(24)$ | W     |
| $f(7)$ | G     | $f(16)$ | P     | $f(25)$ | Y     |
| $f(8)$ | H     | $f(17)$ | Q     | $f(26)$ | Z     |
| $f(9)$ | I     | $f(18)$ | R     | $f(27)$ | -     |

Fonte: Elaboração do Autor

Pequena simulação do modelo: Suponha que o sujeito A esteja interessado em enviar a seguinte mensagem para o sujeito B: A vida é bela. Faz-se necessário enviar, conjuntamente, a chave criptografada e o texto cifrado. Temos, então:

- Texto a ser enviado pelo sujeito A para o sujeito B: A vida é bela
- Chave criptografada enviada pelo sujeito A para o sujeito B:  $(1, -2, 5, 3)$ .
- Texto cifrado do sujeito A para o sujeito B:  $[004680445068013004680020680005020125004]$ . O trabalho do sujeito A é deliberar a função, neste caso,  $f(x) = x^2 - 2x + 5$  e perceber que o texto cifrado é formado pelos seguintes resultados:

$[f(1)f(27)f(22)f(9)f(4)f(1)f(27)f(5)f(27)f(2)f(5)f(12)f(10)]$ , onde cada resultado de  $f(x)$  está associado a três caracteres ( $m = 3$ ).

Observa-se quando o sujeito B receber a mensagem cifrada, ele já terá conhecimento que se trata de um texto criptografado por funções polinomiais (Tabela 1), pois essa informação é de

conhecimento dos envolvidos: sujeito A e sujeito B. Desta forma, o sujeito B deverá executar algumas tarefas para decodificar o texto cifrado, enviado pelo sujeito A.

Tarefa 1: Compreender que a chave criptografada  $(1, -2, 5, 3)$  significa uma função polinomial de 2º grau com coeficientes  $1, -2, 5$ , isto é:  $f(x) = x^2 - 2x + 5$ . O último dígito,  $m = 3$ , representa o número de caracteres do texto cifrado (de 3 em 3) associado ao texto a ser decodificado.

Tarefa 2: De posse destas informações, vamos decodificar o texto cifrado [004680445068013004680020680005020125004]. Como cada letra a ser decodificada representa três caracteres do texto cifrado, temos:

1º Letra: 004, daí, teremos:  $f(x) = x^2 - 2x + 5 = 4 \therefore x^2 - 2x + 1 = 0 \therefore x' = x'' = 1$ . Ora,  $f(1) = A$ .

2º Letra: 680, daí, teremos:  $f(x) = x^2 - 2x + 5 = 680 \therefore x^2 - 2x - 675 = 0 \therefore x' = 27$  e  $x'' = -25$ . Ora,  $f(27) = -$ .

3º Letra: 445, daí, teremos:  $f(x) = x^2 - 2x + 5 = 445 \therefore x^2 - 2x - 440 = 0 \therefore x' = 22$  e  $x'' = -20$ . Ora,  $f(22) = V$ .

4º Letra: 068, daí, teremos:  $f(x) = x^2 - 2x + 5 = 68 \therefore x^2 - 2x - 63 = 0 \therefore x' = 9$  e  $x'' = -7$ . Ora,  $f(9) = I$ .

5º Letra: 013, daí, teremos:  $f(x) = x^2 - 2x + 5 = 13 \therefore x^2 - 2x - 8 = 0 \therefore x' = 4$  e  $x'' = -2$ . Ora,  $f(4) = D$ .

6º Letra: 004, daí, teremos:  $f(1) = A$ .

7º Letra: 680, daí, teremos:  $f(27) = -$ .

8º Letra: 020, daí, teremos:  $f(x) = x^2 - 2x + 5 = 20 \therefore x^2 - 2x - 15 = 0 \therefore x' = 5$  e  $x'' = -3$ . Ora,  $f(5) = E$ .

9º Letra: 680, daí, teremos:  $f(27) = -$ .

10º Letra: 005, daí, teremos:  $f(x) = x^2 - 2x + 5 = 5 \therefore x^2 - 2x = 0 \therefore x' = 2$  e  $x'' = 0$ . Ora,  $f(2) = B$ .

11º Letra: 020, daí, teremos:  $f(5) = E$ .

12º Letra: 125, daí, teremos:  $f(x) = x^2 - 2x + 5 = 125 \therefore x^2 - 2x - 120 = 0 \therefore x' = 12$  e  $x'' = -10$ . Ora,  $f(5) = L$ .

13º Letra: 004, daí, teremos:  $f(1) = A$ .

Percebe-se que o texto cifrado [004680445068013004680020680005020125004] corresponde ao texto compreensível:

|          |         |          |          |          |          |         |          |         |          |          |          |          |
|----------|---------|----------|----------|----------|----------|---------|----------|---------|----------|----------|----------|----------|
| $f(1)$   | $f(27)$ | $f(22)$  | $f(9)$   | $f(4)$   | $f(1)$   | $f(27)$ | $f(5)$   | $f(27)$ | $f(2)$   | $f(5)$   | $f(5)$   | $f(1)$   |
| <b>A</b> | -       | <b>V</b> | <b>I</b> | <b>D</b> | <b>A</b> | -       | <b>E</b> | -       | <b>B</b> | <b>E</b> | <b>L</b> | <b>A</b> |

Portanto, a mensagem que o sujeito B recebeu do sujeito A foi: A vida é bela. Uma consideração importante é sempre buscar uma função, tarefa do sujeito A, que tenha apenas uma raiz estritamente positiva  $1 \leq x \leq 27$ , de modo a não haver confusão do valor da raiz a ser empregada.

Uma atividade utilizando codificação e decodificação torna o processo de ensino e aprendizagem de matemática mais atrativo e motiva ao aprendiz buscar a solução do modelo por meio de uma investigação matemática, particularmente, neste caso, sobre as raízes de uma função polinomial de grau  $n$ . “Qualquer que seja a situação de prática escolar, os conteúdos apresentados devem conduzir o sujeito aprendiz a utilizar seu raciocínio para o entendimento da matéria.” (Pontes & da Silva, 2020, p.15).

Além do mais, o professor pode utilizar desta prática pedagógica para fortalecer os conceitos de funções e equações, levando ao educando possibilidades do desenvolvimento de suas habilidades e fortalecendo de seu processo de aprendizagem. “A aprendizagem é todo procedimento que leve

o aprendiz a uma mudança constante em capacidades e que não seja meramente um processo de maturidade biológica.” (Pontes apud Illeris, 2021, p.79).

## 5. Considerações Finais

Espera-se que este artigo possa cooperar para o debate desta respeitável demanda no processo de ensino e aprendizagem de matemática na educação básica – a utilização de novos conteúdos que permitam aproximar o conhecimento matemático, por meio de atividades que provoquem motivação para seu aprendizado, entre os envolvidos.

Compreende-se que alterações eficazes em sala de aula só sucedem se os educadores se adaptarem da proposta recomendada e se estiverem informados das dificuldades que poderão surgir, de maneira que o educando seja o sujeito atuante em aprender matemática com significados. Não obstante, é imprescindível que a escola também harmonize a discussão do uso de novos conceitos e metodologias para o ensino e aprendizagem de matemática, entre professores e alunos, possibilitando estímulos necessários para a construção do pensamento matemático.

A escola, com sua cultura já define quais conhecimentos devem ser ensinados e quais as formas devem ser usadas para se chegar a esse objetivo. Portanto, um diálogo com preposições e princípios teóricos enriquecem a cultura escolar em um nível intelectual que pode contribuir para a melhoria do ensino. [...] em relação aos conhecimentos trabalhados na educação escolar, há uma certa disparidade entre o conceito a ser ensinado e o conteúdo trabalhado em sala de aula. É fato que essa disparidade acontece com diferentes conceitos matemáticos (Almeida, 2021, p.7).

É importante notar que o trabalho de elaboração do pensamento matemático por intermédio da criptografia estabelece que o educador tenha o domínio dessas relações, conceitos e propriedades, como também, do processo metacognitivo do educando na assimilação de novos conhecimentos e saberes.

As reflexões sobre a importância da utilização da criptografia no ato de ensinar e aprender matemática na educação básica demonstra evidenciar da necessidade de uma mudança de postura do professor na reconstrução de um modelo pedagógico que minimize as defasagens entre a teoria apresentada em sala de aula e a prática do cotidiano do educando. Desta forma, percebe-se que o enriquecimento do estudo de matemática com novos significados vem fortalecer a prática pedagógica, impulsionando tanto o professor a alcançar o objetivo de ensinar, como, do aluno de obter o desígnio de aprender.

## Referências

- Almeida, D., & Arrais, L. F. L. (2021). DIÁLOGOS PARA A ORGANIZAÇÃO DO ENSINO DE MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO BÁSICA. *Seminário Temático Internacional*, 1-13.
- da Silva, M. V., Evangelista, D. H. R., & Evangelista, C. J. (2022). Tecnologias digitais aliadas ao ensino de Criptografia. *The Journal of Engineering and Exact Sciences*, 8(5), 14313-01e.
- de Oliveira, T. M., Martins, D. J. S., & Monteiro, W. M. (2015). Quebrando paradigmas no ensino da Matemática: um relato de experiência no (pro) EJA utilizando o software tux of math command. *Revista Tecnologias na Educação*, 7(13), 1-10.
- de Paiva SILVA, G., & da SILVA, A. C. (2020). Compreensão da linguagem matemática no 9º ano do Ensino Fundamental. *Revista de Educação Pública*, 29, 1-15.
- Groenwald, C. L. O., Franke, R. F., & OLGIN, C. D. A. (2009). Códigos e senhas no Ensino Básico. *Educação Matemática em Revista-RS*, 41-50.
- Pacheco, M. B., & Andreis, G. D. S. L. (2018). Causas das dificuldades de aprendizagem em Matemática: percepção de professores e estudantes do 3º ano do Ensino Médio. *Revista Principia, João Pessoa*, 38, 105-119.
- Paula, Samantha C. R. de, Rodrigues, Chang K., Silva, Julio C. da. (2016). *Educação Matemática e Tecnologia: Articulando práticas geométricas*. Curitiba: Appris.

- Pontes, E. A. S. (2019). O professor ensina e o aluno aprende: questões teóricas no processo de ensino e aprendizagem de Matemática. *RACE-Revista de Administração do Cesmac*, 4, 111-124.
- Pontes, E. A. S. (2019). Os Quatro Pilares Educacionais no Processo de Ensino e Aprendizagem de Matemática. *Revista Iberoamericana de Tecnología en Educación y Educación en Tecnología*, (24), 15-22.
- Pontes, E. A. S. (2021). A Práxis do Professor de Matemática por Intermédio dos Processos Básicos e das Dimensões da Aprendizagem de Knud Illeris. *Rebena-Revista Brasileira de Ensino e Aprendizagem*, 2, 78-88.
- Pontes, E. A. S., & da Silva, L. M. (2020). Aritmética modular na interpretação de sistemas codificados no processo de ensino e aprendizagem de matemática. *Revista de Ciência e Inovação*, 5(1).
- Pontes, E. A. S., dos Santos Silva, J. C., dos Santos, J. B., de Oliveira Ribeiro, R. L. A., da Silva, J., Cerqueira, P. C., & dos Santos Silva, B. H. M. (2022). Desafios matemáticos em sala de aula: uma prática metodológica para ensinar e aprender Matemática através da resolução de problemas. *Research, Society and Development*, 11(8), e50711830901-e50711830901.
- Pontes, E. A. S., Moura, H. R. E., Coelho, E. L., dos Santos Silva, B. H. M., & Batista, I. S. (2021). Prática educacional no ato de ensinar e aprender Matemática nos anos finais do ensino fundamental por meio do processo-RICA: Raciocínio lógico, Inteligência Matemática, Criatividade e Aprendizagem. *Educational practice in the act of teaching and learning mathematics in the final years of elementary school through the process-RICA*. *Brazilian Applied Science Review*, 5(3), 1411-1424.
- Santos, G. X. (2017). Uma proposta diferenciada para o ensino e aprendizagem da matemática na educação básica. *Com a Palavra, o Professor*, 2(4), 16-24.
- Shokranian, Salahoddin. (2005). *Criptografia para iniciantes*. Brasília: Editora Universidade de Brasília, 2005.
- Tamarozzi, Antônio Carlos. (2001). Codificando e decifrando mensagens. *Revista do Professor de Matemática (RPM)*, São Paulo, n.45, 41-43.