JCEC/REQ^2
Journal
ISSN: 2446-9416

"EU, A INDÚSTRIA E O MUNDO"
08 a 11 de novembro de 2016 no campus Viçosa da UFV
Departamento de Engenharia de Produção e Mecânica – DEP
Universidade Federal de Viçosa – UFV

Vol. 02 N. 04 (2016) 037–039 *doi: https://doi.org/10.18540/2446941602042016037*
OPEN ACCESS

MODELO MATEMÁTICO PARA OTIMIZAÇÃO DA PRODUÇÃO EM UMA EMPRESA PRODUTORA DE PEÇAS AUTOMOBILÍSTICAS

Iago Carrara Roque
Universidade Federal de Viçosa, Departamento de Engenharia de Produção e Mecânica
Ph. Rolfs s/n – 36570-000 – Viçosa – MG
Iago.roque@ufv.br

1. INTRODUÇÃO

A todo momento é possível se deparar com problemas no qual é demandado grande tempo e esforço para que sejam solucionados manualmente, enquanto é possível utilizar a pesquisa operacional para encontrar soluções ótimas e rápidas. A partir de observações do problema, identifica-se relações matemáticas que dão origem ao modelo matemático (ARENALES *et al.*, 2007). O objetivo dessa pesquisa é apresentar uma das possibilidades de utilização de um modelo matemático para resolver uma situação que envolve problemas de capacidade e sequenciamento de produção. Na próxima seção será descrito o problema, na seção 3 será apresentado o modelo matemático, seguido dos resultados obtidos após implementação e, por fim, a conclusão.

2. DESCRIÇÃO DO PROBLEMA

O presente estudo de caso ocorreu em uma indústria produtora de peças para carros. Determinado setor da empresa possui duas linhas de produção, sendo que ambas as linhas têm a mesma capacidade e podem produzir os mesmos produtos. Estas linhas de produção fabricam três tipos de peças para automóveis (Produto 1, 2 e 3) em quatro diferentes cores, preto, cinza, azul e verde nas proporções de 40%, 20%, 10% e 30%, respectivamente. As linhas de produção possuem diversas estações de trabalho e processos de fabricação, e de acordo com informações de estudos anteriores na empresa, foi constatado que o processo que demandava maior tempo é o de moldagem por injeção, sendo 60 segundos para produção do Produto 1, 40 segundos para o produto 2 e 90 segundos para o Produto 3. Devido a esta etapa demandar o maior tempo da produção e ser considerado o gargalo, o estudo focará apenas neste processo.

Outro fator relevante no processo é a perda de material do processo. De acordo com dados coletados, há um desperdício de pelo menos 2% de material no processo de moldagem do produto 1, 3% do produto 2 e 4% do produto 3. Além disso, quando há troca de produto ou cor a ser manufaturado, é realizado o procedimento de *set up* para realizar modificações na máquina, gerando um tempo ocioso de duas horas na linha em caso de alteração do tipo do produto e 15 minutos para alteração da cor do produto, sem mudança do tipo. Por fim, a empresa funciona em dois turnos de oito horas diárias durante 5 dias na semana.

Com todas as informações obtidas, tem-se o objetivo de encontrar qual a capacidade máxima de ambas as linhas em conjunto durante uma semana, de forma que todos produtos sejam produzidos no período. Após atingir um resultado ótimo, deseja-se organizar a produção de forma que o tempo de *set up* seja minimizado.

3. MODELO MATEMÁTICO

O problema descrito possui dois objetivos. O primeiro é encontrar a maior capacidade de produção, e uma vez encontrado este valor, espera-se obter o resultado que possua menor tempo de *set up*, por isso a utilização de uma constante próxima de zero para dar peso a cada termo da função. Além disso, algumas variáveis artificiais foram importantes para que algumas restrições fossem modeladas.

Este modelo matemático contém os seguintes parâmetros:

I: Conjunto de 3 produtos; J: Conjunto de 4 cores; K: Conjunto de 2 linhas de produção; γ: Constante muito próxima de zero ($\gamma = \lim_{n \to 0} n$); T: Tempo disponível para produzir todos os três produtos.

A seguir são apresentadas as variáveis utilizadas no problema.

y_{ijk}: Número de produtos do tipo *i* da cor *j* que entram na linha *k*; $y_{ijk} \geq 0$ e inteiro.

x_{ijk}: Número de produtos do tipo *i* da cor *j* que saem da linha *k*; $x_{ijk} \geq 0$ e inteiro.

z_{ijk}: 1 se há produção do tipo *i* da cor *j* na linha *k*, 0 caso contrário.

a_{ik}: 1 se há produção do tipo *i* na linha *k*, 0 caso contrário.

w_{ik}: Número de cores do tipo *i* sendo produzido na linha *k*; $w_{ik} \in \{0,1,2,3,4\}$

l_k: Tempo de espera na linha *k*.

O problema tem como objetivo maximizar o somatório do número de produtos que saem de ambas as linhas de produção. Uma vez atingindo este objetivo, espera-se minimizar o tempo de espera para troca de produtos e cores na linha de produção.

$$\max \ \sum_{i=1}^{3} \sum_{j=1}^{4} \sum_{k=1}^{2} x_{ijk} - \gamma \sum_{k=1}^{2} l_k \quad (1)$$

Para atender os requisitos apresentados na descrição do problema, Seção 2, foram utilizadas as seguintes restrições.

- O número de produtos produzidos de cada tipo deve ser igual.
  $\sum_{k=1}^{2} x_{1jk} = \sum_{k=1}^{2} x_{2jk} = \sum_{k=1}^{2} x_{3jk}. \quad \forall \ j = 1,2,3,4.$ (2)
- Garantir que a relação entre o número de produtos que entra e o que sai de acordo com as perdas que ocorrem durante a produção.
  $x_{1jk} \leq 0.98 y_{1jk}. \quad \forall \ j = 1,2,3,4; \quad k = 1,2.$ (3)
  $x_{2jk} \leq 0.97 y_{2jk}. \quad \forall \ j = 1,2,3,4; \quad k = 1,2.$ (4)
  $x_{3jk} \leq 0.96 y_{3jk}. \quad \forall \ j = 1,2,3,4; \quad k = 1,2.$ (5)
- Garantir que a quantidade de cada cor será respeitada.
  $\sum_{i=1}^{3} \sum_{k=1}^{2} x_{i1k} = 0.4\left(\sum_{i=1}^{3} \sum_{j=1}^{4} \sum_{k=1}^{2} x_{ijk}\right).$ (6)
  $\sum_{i=1}^{3} \sum_{k=1}^{2} x_{i2k} = 0.2\left(\sum_{i=1}^{3} \sum_{j=1}^{4} \sum_{k=1}^{2} x_{ijk}\right).$ (7)
  $\sum_{i=1}^{3} \sum_{k=1}^{2} x_{i3k} = 0.1\left(\sum_{i=1}^{3} \sum_{j=1}^{4} \sum_{k=1}^{2} x_{ijk}\right).$ (8)
  $\sum_{i=1}^{3} \sum_{k=1}^{2} x_{i4k} = 0.3\left(\sum_{i=1}^{3} \sum_{j=1}^{4} \sum_{k=1}^{2} x_{ijk}\right).$ (9)
- Determina qual o tempo de espera em cada uma das linhas. Os coeficientes utilizados são os tempos de espera em segundos.
  $900 \sum_{i=1}^{3} (w_{ik} - a_{ik}) + 7200 \sum_{i=1}^{3} (a_{ik} - 1) = l_k \quad \forall \ k = 1,2.$ (10)
- Restringe a capacidade de produção de acordo com o tempo disponível. Os coeficientes são os tempos de produção de cada tipo de produto em segundos, e a constante T é determinada pelo tempo disponível para que todas as peças sejam produzidas.
  $60 \sum_{j=1}^{4} y_{1jk} + 40 \sum_{j=1}^{4} y_{2jk} + 90 \sum_{j=1}^{4} y_{3jk} + l_k \leq T. \quad \forall \ k = 1,2.$ (11)
- Garante que se há produção do tipo *i* da cor *j* na linha *k*, a variável *z* assume valor de 1, e caso não haja produção, a variável *z* assume o valor de 0.
  $x_{ijk} \geq z_{ijk} \quad \forall \ i = 1,2,3; \ j = 1,2,3,4; k = 1,2.$ (12)
  $x_{ijk} \leq \frac{1}{\gamma} \times z_{ijk} \quad \forall \ i = 1,2,3; \ j = 1,2,3,4; k = 1,2.$ (13)
- Garante que se há produção do produto *i* da cor *j* na linha *k*, a variável *a* assume o valor de 1, caso não haja produção, a variável *a* assume o valor de zero.
  $\sum_{j=1}^{4} z_{ijk} \geq a_{ik} \quad \forall \ i = 1,2,3; \ k = 1,2.$ (14)

$$\sum_{j=1}^{4} z_{ijk} \leq 4 \times a_{ik} \quad \forall\ i = 1,2,3;\ k = 1,2. \tag{15}$$

- Determina o quantas cores do tipo *i* são produzidas na linha *k.*

$$\sum_{j=1}^{4} z_{ijk} = w_{ik} \quad \forall\ i = 1,2,3; k = 1,2. \tag{16}$$

4. RESULTADOS

O modelo foi implementado no *software* IBM ILOG CPLEX®, e é possível visualizar seu resultado na Tabela *1*.1 e na Tabela *2* a quantidade produtos a serem produzidos em cada uma das linhas de produção.

Tabela 1 - Número de produtos de cada tipo produzidos na linha 1.

Linha 1		
	Quantidade	
Produto	Entrada	Saída
Produto 1 (Preto)	1074	1052
Produto 1 (Verde)	806	789
Produto 1 (Azul)	269	263
Produto 1 (Cinza)	537	526
Produto 3 (Preto)	1096	1052

Tabela 2 - Número de produtos de cada tipo produzidos na linha 2.

Linha 2		
	Quantidade	
Produto	Entrada	Saída
Produto 2 (Preto)	1089	1052
Produto 2 (Verde)	814	789
Produto 2 (Azul)	272	263
Produto 2 (Cinza)	543	526
Produto 3 (Azul)	274	263
Produto 3 (Cinza)	548	526
Produto 3 (Verde)	822	789

5. CONCLUSÃO

O estudo tinha o objetivo de encontrar o sequenciamento da produção, mas com os resultados obtidos não há necessidade de uma nova modelagem visto que o mesmo pode ser feito de forma manual. Isto é possível pois é um problema simples e que sua maior limitação é o tempo disponível para produção, ou seja, quanto maior o tempo de *set up,* menor será o tempo disponível para produção. Desta forma, deve ser afirmado tanto para o sequenciamento quanto para a implementação desse modelo, que quando a produção de um produto se inicia, devem ser processadas todas as unidades programadas para ele de acordo com o resultado, até que se inicie a produção de um novo produto. Para estudos posteriores, seria interessante algum modelo que, após sua implementação o resultado determinasse também a sequência de produção, sendo útil para problemas maiores.

6. AGRADECIMENTOS

Agradeço ao Professor orientador deste trabalho Gursel A. Suer, pela sua ajuda e disposição guiando este estudo, à estudante Letícia Ferreira de Souza, pela sua contribuição fundamental na realização da pesquisa e construção do modelo matemático, e também aos estudantes Mateus Tartaglia e Gustavo Molino pela assistência prestada na redação deste resumo.

REFERÊNCIAS

ARENALES et al. *"Pesquisa Operacional"*. Rio de Janeiro: Campus/Elsevier, 2007.