

# DISCRIMINAÇÃO DA FUNÇÃO DE PRODUÇÃO E ELASTICIDADES DE SUBSTITUIÇÃO DE FATORES NA AGROPECUÁRIA DO ESTADO DE MINAS GERAIS<sup>1</sup>

Antonio José Medina dos Santos Baptista <sup>2</sup>

Eduardo Rodrigues de Castro <sup>3</sup>

Erly Cardoso Teixeira <sup>4</sup>

**Resumo** - Neste estudo, objetivou-se analisar, a função de produção agregada da agropecuária do Estado de Minas Gerais. Em duas etapas, primeiramente agruparam-se os municípios em termos da eficiência produtiva, utilizando para tanto a abordagem não-paramétrica de análise envoltória de dados. Numa segunda etapa, de posse dos grupos eficientes e dos ineficientes, ajustou-se uma função de produção agregada na forma funcional *translog*, cujos parâmetros foram estimados por mínimos quadrados ordinários. Este artigo indica um procedimento analítico que possa subsidiar a estimação de funções de produção mais coerentes com a realidade, no sentido de que relaxa o pressuposto neoclássico de que as unidades de produção são eficientes. Os resultados foram coerentes, uma vez que se pôde discriminar os municípios relativamente ineficientes e identificar a diferença nas elasticidades da produção e de substituição dos fatores dos diferentes grupos. Uma das principais conclusões é que é necessário discriminar a função de produção de acordo com o nível de eficiência produtiva, bem como calcular a elasticidade de substituição em cada ponto da amostra para testar as condições de regularidade da função.

**Palavras-Chave:** Função de produção agregada, eficiência técnica, elasticidade de substituição, municípios de Minas Gerais.

<sup>1</sup> Recebido em 05/02/2004. Aceito em 25/05/2004.

<sup>2</sup> Doutorando em Economia Aplicada (bolsista da CAPES/PEC-PG). Universidade Federal de Viçosa - Departamento de Economia Rural, CEP 36570-000 Viçosa-MG. E-mail: tozeczv@yahoo.com.

<sup>3</sup> Doutorando em Economia Aplicada (bolsista da CAPES). Universidade Federal de Viçosa - Departamento de Economia Rural, CEP 36570-000 Viçosa-MG. E-mail: edu2110@hotmail.com.

<sup>4</sup> Ph. D e Professor Titular do Departamento de Economia Rural da UFV. CEP 36570-000 Viçosa-MG. E-mail: teixeira@mail.ufv.br.

## 1. Introdução

As políticas agrícolas geralmente são elaboradas para o estado como um todo, não levando em conta as diferenças entre os diversos municípios. A simples agregação dos municípios e a subsequente estimação econométrica de funções de produção podem gerar resultados que comprometem a alocação eficiente dos recursos. De acordo com Sato (1975), a agregação de microfunções de produção para gerar uma macrofunção de produção, sem considerar as diferenças na eficiência produtiva, produz resultados viesados, de modo que na estimação da função de produção agregada devem-se levar em conta as características de eficiência produtiva dos municípios.

Nesse contexto, optou-se por agrupar os municípios *a priori* em termos da eficiência produtiva e, num segundo momento, estimar as funções de produção agregada para cada grupo. Dessa forma, elimina-se, em parte, o problema de heterogeneidade da amostra em termos de eficiência produtiva, encontrando resultados mais próximos da realidade. Para tanto, utilizaram dados do Estado de Minas Gerais para estudo de caso.

O agronegócio em Minas Gerais é constituído de uma diversidade de atividades, muitas das quais ocupam posição de destaque no tocante à economia nacional. Além do grande contingente de mão-de-obra que emprega, gera divisas que poderão ser alocadas em outros setores da economia e impulsionar o desenvolvimento econômico do estado e do país, em geral. Além disso, a agropecuária mineira ocupa lugar importante no conjunto dos estados da Federação. O estado é o principal produtor de café do país, respondendo por 50% da produção total, sendo, ainda, responsável pela produção de um terço do leite do país, com uma média de aproximadamente sete bilhões de litros por ano (Gazeta Mercantil, 2002).

O café é o mais importante produto do estado, gera um PIB equivalente a R\$ 8 bilhões e constitui-se no principal item em volume e receita na agricultura mineira. Além disso, o café está entre os três produtos que

mais se destacam na pauta das exportações das empresas mineiras (Gazeta Mercantil, 2002).

De acordo com Fundação João Pinheiro (2001), o PIB agropecuário representava 12,9% do PIB total do estado em 1985, passou para 11,1% em 1990, 10,7% em 1995 e 8,51% em 2000. Apesar da queda do percentual do PIB do agropecuário em relação ao PIB total, a participação do setor na economia do estado continua sendo importante, devido à sua integração com os outros setores da economia, uma vez que é a atividade central do agronegócio.

Em face da grande importância da agropecuária e dos setores a ela relacionados e, especialmente, pelas transformações por que vem passando nos últimos anos, o objetivo deste trabalho foi analisar a função de produção agropecuária mineira, de forma a identificar a natureza dos retornos à escala e as elasticidades de produção e de substituição dos fatores.

O artigo, além dessa introdução, está estruturado da seguinte forma: na parte 2 desenvolvem-se os modelos teórico e analítico; em seguida, são descritos os dados utilizados e os procedimentos adotados. No final do artigo são apresentados e discutidos os principais resultados da análise, seguindo-se as conclusões.

## **2. Metodologia**

Este estudo baseou-se nos princípios da teoria da produção, especificamente no conceito de função de produção, que indica a relação técnica entre a produção máxima obtida em determinada unidade de tempo e os fatores utilizados no processo de produção.

Segundo Debertin (1986), de forma genérica, uma função de produção pode ser representada, algebricamente, por:

$$Y = f(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (1)$$

em que  $Y$  é a variável dependente e indica a quantidade produzida por unidade de tempo, e  $x_i$  são as variáveis independentes, que representam os fatores utilizados na produção. Geralmente, a estimação de funções de produção pode ser realizada por meio de abordagem paramétrica (econométrica) ou não-paramétrica (programação matemática). De acordo com Coelli et al. (1998), a abordagem paramétrica é a mais utilizada em análises empíricas, enquanto a não-paramétrica o é muito utilizada na análise de eficiência produtiva.

Na abordagem paramétrica é necessário especificar a forma funcional. A função de produção *translog* é um modelo flexível que permite estimar os parâmetros, analisar a elasticidade de produção e estimar as elasticidades de substituição dos fatores.

Neste estudo, utilizam-se as duas abordagens. A não-paramétrica foi empregada para discriminar os municípios em termos de eficiência. Posteriormente, usou-se a abordagem paramétrica para estimar econometricamente uma função de produção para o conjunto de municípios eficientes, ineficientes e de forma agregada com todos os municípios do Estado de Minas Gerais.

A medida de eficiência, que incorpora o aspecto global da produção, aparece com os trabalhos de Farrell (1957). Nessa perspectiva, cada unidade de produção é avaliada em relação às outras unidades de um conjunto homogêneo e representativo. Dessa maneira, a medida de eficiência é relativa, e o respectivo valor para uma unidade de produção corresponde ao desvio observado em relação àquelas unidades consideradas eficientes.

De acordo com Coelli et al. (1998), a definição de eficiência leva em conta a distinção entre eficiência técnica e eficiência alocativa. A eficiência técnica refere-se à habilidade da unidade de produção em obter o máximo nível de produção, dado um conjunto de insumos, ou, a partir de determinado nível de produto, conseguir produzir com a menor combina-

ção de insumos. Uma produção é tecnicamente eficiente se não existir outro processo ou combinação de processos que consiga produzir o mesmo nível de produto, utilizando menores quantidades de insumos. A eficiência alocativa indica a habilidade de uma unidade de produção em utilizar os insumos em proporções ótimas, dados os respectivos preços; obter determinado nível de produção com o menor custo ou determinado nível de custos; e alcançar a máxima quantidade de produtos. A combinação dessas duas medidas de eficiência resulta na eficiência econômica.

## **Modelo analítico**

Segundo Lins e Meza (2000), a abordagem analítica rigorosa, aplicada à análise da eficiência na produção, originou-se do trabalho pioneiro de Farrell (1957), que, por sua vez, baseou-se nos trabalhos de Koopmans (1951) e Debreu (1951).

As duas abordagens mais utilizadas na análise de eficiência relativa de unidades de produção podem ser classificadas em paramétricas e não-paramétricas. A paramétrica utiliza a econometria especificamente para estimação das funções de produção e da fronteira de produção estocástica. Essa abordagem requer que sejam especificadas formas funcionais que relacionam os insumos e os produtos e utiliza medidas de tendência central para analisar a eficiência das unidades de produção em relação à unidade “média”.

A outra abordagem, a não-paramétrica, utiliza a programação matemática, especificamente a programação linear. A partir dos dados disponíveis sobre as unidades de produção, é construída uma fronteira linear por partes e, utilizando medidas radiais e de função de distância, analisa-se a eficiência das unidades de produção em relação à distância da fronteira construída com as “melhores” unidades de produção (as mais eficientes). De acordo com Charnes et al. (1994), o pressuposto inicial é de que, se uma unidade de produção “ $\mathcal{F}$ ” for dita eficiente, utilizando-se certa quantidade de insumo, e conseguir produzir certa quantidade de

produto, espera-se que qualquer outra unidade, utilizando-se a mesma quantidade de insumo, possa produzir o mesmo nível de produto que “ $\mathcal{E}$ ”, se estas também operarem eficientemente. A idéia central dessa técnica é encontrar a melhor unidade “virtual” para cada unidade real. Se a unidade “virtual”, que pode ser uma combinação convexa de outras unidades reais, conseguir produzir maiores quantidades de produtos, utilizando-se a mesma ou menor quantidade de insumos, então a unidade de produção real será ineficiente. Essa abordagem, não obstante ser determinística, possui inúmeras virtudes em relação à abordagem paramétrica, e seu uso se encontra generalizado nos trabalhos empíricos de análise de eficiência relativa das unidades de produção (Lins e Meza, 2000; Marmolinero e Woracker, 1996).

Neste estudo, para discriminar os municípios em termos do nível de eficiência, utilizou-se a abordagem não-paramétrica, pelo fato de poder incorporar a característica “multiproduto” da agropecuária e não ser necessário especificar formas funcionais nem informações sobre preços, além da crescente utilização desta técnica em trabalhos empíricos na análise de eficiência e produtividade. De acordo com Forsund e Sarafoglou (2000), embora a análise da função de produção e a eficiência pela abordagem de programação matemática tenham começado bem antes dos anos de 1970, foi o trabalho de Charnes et al. (1978) que introduziu na literatura o termo *Data Envelopment Analysis* (DEA), técnica não-paramétrica que utiliza a programação matemática para analisar a eficiência relativa das unidades de produção.

## **Análise envoltória de dados**

A análise envoltória de dados é uma técnica não-paramétrica que se baseia na programação matemática, especificamente na programação linear, para analisar a eficiência relativa de DMUs<sup>5</sup>.

---

<sup>5</sup> DMUs (Decision Making Units) é um termo utilizado na técnica DEA para referenciar unidades homogêneas que utilizam insumos semelhantes para produzir produtos semelhantes e têm autonomia para tomar decisões.

Segundo Charnes et al. (1994), para estimar e analisar a eficiência relativa das DMUs, a DEA utiliza a definição de ótimo de Pareto, segundo o qual nenhum produto pode ter sua produção incrementada sem que sejam aumentados os seus insumos ou diminuída a produção de outro produto, e, de forma alternativa, quando nenhum insumo pode ser diminuído sem ter que reduzir a produção de algum produto. A eficiência é analisada, relativamente, entre as unidades.

Charnes et al. (1978) generalizaram o trabalho de Farrell (1957) para incorporar as naturezas “multiproduto” e “multiinsumo” da produção, propondo a técnica DEA para a análise das diferentes unidades, quanto à eficiência relativa.

A função distância é empregada para incorporar as naturezas “multiproduto” e “multiinsumo” na análise de produtividade e eficiência, sem necessidade de especificar objetivos comportamentais dos tomadores de decisão (ex.: minimizar custos ou maximizar lucros).

A função distância pode ser definida com orientação-insumo ou orientação-produto. Com orientação-insumo, caracteriza a tecnologia de produção pela minimização proporcional (contração) do vetor insumo, dado um vetor de produto, enquanto a função distância com orientação-produto caracteriza a tecnologia de produção pela maximização proporcional do vetor produto, dado um vetor de insumo.

Segundo Fare et al. (1994b), a forma conveniente de descrever a característica “multiproduto” da produção é pela tecnologia de produção, definida pelo conjunto S:

$$S = \{(x,y) : x \text{ pode produzir } y\} \quad (2)$$

que é definido pelo conjunto de todos os vetores de insumos e produtos (x,y), tal que x possa produzir y, em que x é um vetor (kx1) não-negativo de insumos e y, um vetor (mx1) não-negativo de produtos.

O conjunto de tecnologias de produção pode, de forma equivalente, ser definido pelo conjunto de possibilidades de produção  $P(x)$ , que representa o conjunto de todos os vetores de produtos  $y$ , que pode ser produzido pelo vetor de insumos  $x$ , isto é:

$$P(x) = \{y: x \text{ pode produzir } y\} \quad (3)$$

A função distância com orientação-produto, de acordo com Shephard (1970), citado por Fare et al. (1994b), pode ser definida pelo conjunto de produtos  $P(x)$ , como:

$$d_o(x, y) = \min\{\phi : (y/\phi) \in P(x)\} \quad (4)$$

$$= (\max\{\phi: (\phi y) \in P(x)\})^{-1} \quad (5)$$

em que  $\phi$ , na expressão (4), é um fator mínimo, pelo qual o produto pode ser contraído e, ainda assim, pertencer ao conjunto de possibilidades de produção.

A função distância  $d_o(x, y)$  poderá ter valores inferiores ou iguais a 1, se o vetor de produto  $y$  for um elemento do conjunto de possibilidade de produção  $P(x)$ ; se for igual a 1,  $(x, y)$  estará sobre a fronteira tecnológica; nesse sentido, a produção será tecnicamente eficiente.

O modelo de envoltória FDH (Free Disposable Hull) com orientação-produto procura maximizar o aumento proporcional nos níveis de produto, mantendo fixa a quantidade de insumos. De acordo com Cherchye et al. (2000), pode ser representado, algebricamente, por:

$$\begin{aligned} [d_o(y, x)]^{-1} &= \max_{\phi, \lambda, S^+, S^-} \phi \\ \text{s.a } \phi y_i - Y\lambda + S^+ &= 0 \\ -x_i + X\lambda + S^- &= 0 \\ \lambda &\in \{0, 1\} \end{aligned} \quad (6)$$

$$- S^+ \leq 0$$

$$- S^- \leq 0$$

em que  $y_i$  é um vetor ( $m \times 1$ ) de quantidades de produto da  $i$ -ésima DMU,  $x_i$  é um vetor ( $k \times 1$ ) de quantidades de insumo da  $i$ -ésima DMU,  $Y$  é uma matriz ( $n \times m$ ) de produtos das  $n$  DMUs,  $X$  é uma matriz ( $n \times k$ ) de insumos das  $n$  DMUs,  $\lambda$  é uma escalar,  $S^+$  é um vetor de folgas relativo aos produtos,  $S^-$  é um vetor de folgas relativo aos insumos e  $\phi$  é uma escalar que tem valores iguais ou superiores a 1 e indica o escore de eficiência das DMUs, em que um valor igual a 1 indica eficiência técnica relativa da  $i$ -ésima DMU, em relação às demais, e um valor maior do que 1 evidencia a presença de ineficiência técnica relativa. O problema de programação linear inteira mista, apresentado em (6), é resolvido  $n$  vezes – uma vez para cada DMU, e, como resultado, apresenta os valores de  $\phi$ ,  $S^-$ ,  $S^+$  e  $\lambda$ , sendo  $\phi$  o escore de eficiência da DMU sob análise, e  $\lambda$  fornece os *peers* (a DMU eficiente que serve de referência ou *Benchmark* para a  $i$ -ésima DMU ineficiente). O modelo FDH relaxa o pressuposto de convexidade dos modelos DEA tradicionais e, dessa forma, permite que para cada unidade analisada exista uma unidade “real” que lhe sirva de *benchmark* (Cherchye et al., 2000).

## Função de produção

As relações (substituição ou complementaridade) entre os fatores serão analisadas por meio das elasticidades parciais de substituição de Allen, calculadas através da estimação de uma função de produção Transcendental Logarítmica (*Translog*), utilizando-se as mesmas variáveis da análise envoltória de dados.

A função de produção *Translog* é considerada uma forma funcional flexível pelo fato de não impor restrições “a priori” na tecnologia (restrições nas elasticidades de produção e nos valores das elasticidades de substituição entre os fatores de produção). Além disso, a forma funcional *Translog* pode representar, de forma mais fiel, a tecnologia de pro-

dução, possibilitando testes quanto à separabilidade, homogeneidade, monotonicidade e concavidade, entre outras características desejáveis para a tecnologia de produção.

Pressupondo-se a separabilidade fraca entre os fatores de produção, de tal forma que eles possam ser agregados em três grupos,  $X_1$ ,  $X_2$  e  $X_3$ , a função de produção passa a ser:

$$\ln Y_i = \ln \alpha_0 + \sum_{j=1}^3 \alpha_j \ln X_{ji} + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^3 \sum_{k=1}^3 \beta_{jk} \ln X_{ji} \ln X_{ki} + \mu_i \quad (7)$$

em que  $i = 1, 2, 3, \dots, N$  são unidades de produção;  $X_{jk}$ ,  $j, k = 1, 2, 3$  são os fatores de produção;  $Y$  é a variável dependente (produção); e  $\mu_i$  é um erro aleatório pressuposto normal, independentemente e de variância constante.

Em (7), a igualdade  $\beta_{jk} = \beta_{kj}$ ,  $j, k = 1, 2, 3$  é a condição imposta pelo teorema de Young, referente à igualdade das derivadas cruzadas de segunda ordem, garantindo as condições de simetria.

Estimando os parâmetros da função de produção *Translog*, podem-se calcular as elasticidades de produção ( $\eta$ ) e as elasticidades de substituição ( $\sigma$ ), através das seguintes expressões:

$$\eta_i = \frac{\partial \ln Y}{\partial \ln X_i} = \alpha_{ij} + \sum_j \beta_{ij} \ln X_j \quad (8)$$

$$\sigma_{ij} = \frac{X_1 f_1 + X_2 f_2 + X_3 f_3}{X_i X_j} \frac{F_{ij}}{F} \quad (9)$$

para  $i, j = 1, 2, 3$ ;  $X_i$  é a quantidade média de cada fator;  $f_i$ , a derivada primeira da função de produção (7);  $F$ , o determinante da matriz Hessiana

Orlada da função de produção; e  $F_{ij}$ , o co-fator do elemento  $f_{ij}$  no determinante  $F$ . Nota-se que as elasticidades cruzadas são simétricas, isto é:  $\sigma_{ij} = \sigma_{ji}$ . Para maiores detalhes a respeito das elasticidades parciais de substituição de Allen, ver Allen (1970) e Lima (2000).

Para valores positivos (negativos) de  $\sigma_{ij}$ , os fatores  $i$  e  $j$  podem ser classificados como substitutos (complementares) no processo produtivo. Elasticidade de substituição igual a zero indica que o par de fatores é empregado em proporções fixas, e elasticidade infinita implica fatores substitutos perfeitos. Valores intermediários indicam o grau de facilidade ou dificuldade em substituir os fatores.

De acordo com Lima (2000), as condições de monotonicidade e concavidade podem não ser satisfeitas globalmente pela função *Translog*. Entretanto, tais propriedades devem ser testadas localmente. A monotonicidade é satisfeita quando as elasticidades de produção dos fatores forem positivas. A concavidade da função verifica-se quando a matriz Hessiana Orlada for negativa semidefinida.

Foram utilizados dados coletados no Censo Agropecuário de 1995/96, referentes aos municípios do Estado de Minas Gerais.

Para analisar a eficiência relativa, utilizaram-se três variáveis relacionadas aos insumos e duas relacionadas aos produtos. São elas:

- Terra ( $X_1$ ): área explorada, expressa em mil hectares. O conceito de área explorada refere-se à soma de áreas com lavouras permanentes e temporárias, pastagens plantadas, matas plantadas, áreas com pastagens naturais e matas naturais.
- Capital ( $X_2$ ): despesas realizadas no processo produtivo, medidas em reais de 1996.
- Trabalho ( $X_3$ ): pessoal ocupado nas atividades agropecuárias, expresso em número de trabalhadores.

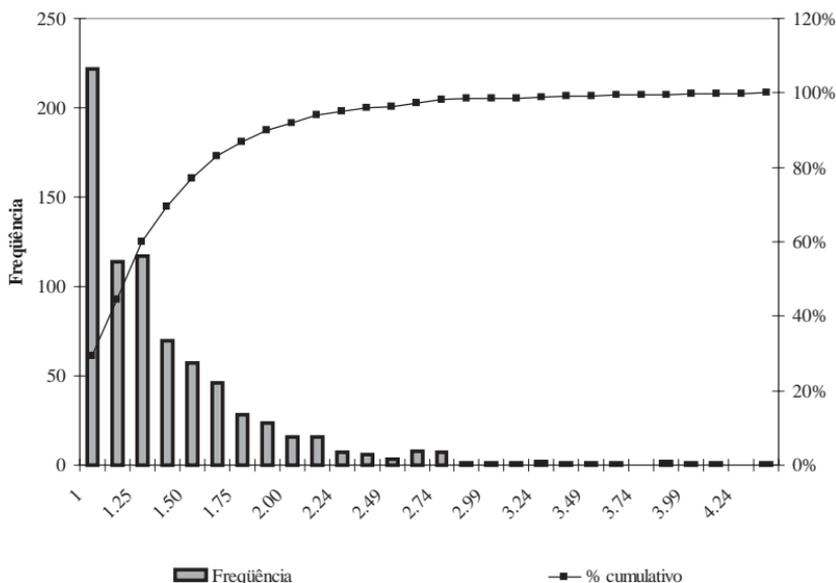
- Valor da produção vegetal (Y1): valor da produção vegetal medida em mil reais de 1996.
- Valor da produção animal (Y2): valor da produção animal medida em mil reais de 1996.

Para estimar a função de produção, utilizaram-se as mesmas variáveis definidas anteriormente. Entretanto, a variável dependente valor da produção (Y) utilizada corresponde à soma de Y1 e Y2, isto é, Y é o logaritmo do valor de produção (soma dos valores de produções vegetal (Y1) e animal (Y2)) do i-ésimo município. As variáveis explicativas foram expressas em logaritmos.

Foram calculados 754 problemas de programação linear inteira mista (PPL) apresentado no modelo (6), um para cada município da amostra. Tal procedimento teve como objetivos calcular o nível (escore) de eficiência dos municípios e permitir separar os municípios em termos do nível de eficiência, isto é, objetivou-se agrupar os municípios em eficientes e ineficientes para, num segundo momento, estimar uma função de produção para cada grupo.

### **3. Resultados e discussão**

Os resultados da estimação do modelo FDH indicou que 30% dos municípios são tecnicamente eficientes, isto é, apresentaram escore de eficiência igual a 1. Os demais 70% foram classificados como ineficientes. Na Figura 1, encontra-se uma discriminação mais detalhada dos diferentes grupos em termos de eficiência técnica na produção agropecuária, sem entrar em maiores detalhes sobre o assunto, pelo fato de que não foi objetivo deste trabalho analisar as diferenças na eficiência técnica dos municípios, mas, sim, separar os diferentes grupos. Entretanto, como se pode verificar, a distribuição da eficiência não segue uma normal. A maioria dos municípios apresentou escores próximos do nível de eficiência 1.



Fonte: Dados da pesquisa

Figura 1 – Histograma de frequência dos escores de eficiência estimados para os municípios de Minas Gerais com base nos dados do Censo Agropecuário de 1996.

Os resultados da estimação da função de produção agregada encontram-se na Tabela 1.

A função de produção *Translog* apresentou bom ajustamento para todas as funções estimadas, o que se pode verificar pelo  $R^2$  de 96,94% para os eficientes, 94,18% para os ineficientes e 93,5% para todos os municípios agregados, evidenciando que esses fatores conjuntamente explicam as variações ocorridas na produção dos municípios nessa proporção. O ajustamento do modelo é confirmado pelo teste “F” a 1% de significância.

Tabela 1 – Resultados da estimação da função de produção agregada da agropecuária dos municípios de Minas Gerais, com base nos dados do Censo Agropecuário de 1996

	Total		Eficientes		Ineficientes	
	Coefficiente	Teste “t”	Coefficiente	Teste “t”	Coefficiente	Teste “t”
Intercepto	-0,7038	-0,3459	-10,8224	-4,0375	-8,3963	-3,1337
$\ln X_1$	1,3699	4,4252	2,1745	4,7013	1,5184	4,4517
$\ln X_2$	-0,5918	-2,7883	0,2695	0,9775	0,3137	1,1379
$\ln X_3$	0,4807	1,4834	-0,2830	-0,5881	0,3154	0,8538
$(\ln X_1)^2$	-0,1162	-3,5692	-0,1527	-2,9232	-0,1347	-4,1035
$(\ln X_2)^2$	0,0229	1,0919	0,0559	1,8772	-0,1047	-4,4110
$(\ln X_3)^2$	0,0473	1,0975	-0,0833	-1,3550	0,0036	0,0762
$\ln X_1 \ln X_2$	0,0630	3,2923	-0,0096	-0,3535	0,0909	4,4298
$\ln X_1 \ln X_3$	-0,0284	-0,9204	0,0910	1,7891	-0,0576	-1,9044
$\ln X_2 \ln X_3$	-0,0115	-0,5705	-0,0290	-1,1017	0,0565	2,3700
R <sup>2</sup>	0,934978		0,969466		0,941797	
DW	1,816523		1,710886		1,174666	
Teste F	1188,695		747,8982		938,5135	
Amostra	754		222		532	

Fonte: Dados da pesquisa, sendo  $X_1$  terra (área explorada);  $X_2$ , capital (despesas); e  $X_3$ , trabalho (pessoal ocupado).

Na Tabela 2, encontram-se as médias das elasticidades de produção estimadas para cada grupo. Como se pode verificar, não existem diferenças significativas entre os grupos. Em todos os grupos, o fator capital ( $\eta_2$ -despesa) apresentou maior elasticidade de produção, seguido do fator trabalho ( $\eta_3$ -pessoal ocupado) e, por fim, do fator terra ( $\eta_1$ -área explorada). De forma semelhante, notou-se que as elasticidades de produção da terra apresentou maior variabilidade entre os municípios, verificada pelo valor (relativamente maior) do coeficiente de variação. O fator capital ( $X_2$ ) foi que apresentou menor variabilidade, especialmente para o grupo eficiente. Menores coeficientes de variação nas elasticidades de produção dos fatores terra e capital foram verificados no grupo dos eficientes, indicando maior homogeneidade entre os municípios desse grupo em relação a essa elasticidade.

Tabela 2 – Médias das elasticidades de produção estimadas para os municípios de Minas Gerais, com base nos dados do Censo Agropecuário de 1996

Elasticidades	Total		Eficientes		Ineficientes	
	Média	CV	Média	CV	Média	CV
$\eta^1$	0,12	0,89	0,16	0,88	0,14	0,94
$\eta^2$	0,72	0,11	0,71	0,08	0,73	0,14
$\eta^3$	0,19	0,16	0,20	0,33	0,20	0,26

Fonte: Dados da pesquisa, sendo  $\eta^1$  área explorada;  $\eta^2$ , despesa; e  $\eta^3$ , pessoal ocupado. CV indica o coeficiente de variação, medido pelo desvio-padrão dividido pela média.

Em relação à monotonicidade que é uma das condições de regularidade da função, observou-se que, em todos os grupos, 15% dos municípios não comprovaram essa condição, isto é, apresentaram elasticidades de produção negativas/produtos marginais negativos. Mas essa situação foi verificada apenas em relação ao fator terra. Nos demais fatores, em todos os grupos essa condição foi satisfeita.

Na Tabela 3, encontram-se os valores médios das elasticidades parciais de substituição de Allen, que podem ser interpretadas como uma mudança percentual na relação de utilização dos fatores, dada uma mudança percentual na relação dos respectivos preços. De acordo com Lima (2000), a elasticidade de substituição irá indicar a facilidade de mudança na relação de fatores em razão da mudança nos preços relativos. Uma elasticidade alta significa que é relativamente fácil substituir um fator por outro, quando os preços mudam, mas a elasticidade de substituição é determinada pelas características técnicas de produção.

As elasticidades foram calculadas para cada ponto da amostra (município), tanto para o grupo total quanto para os grupos eficientes e ineficientes. A partir desses valores foram obtidas as médias das elasticidades.

Tabela 3 – Média das elasticidades parciais de substituição de Allen para os grupos total, eficiente e ineficiente

	Total			Eficientes			Ineficientes		
	X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>	X <sub>3</sub>	X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>	X <sub>3</sub>	X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>	X <sub>3</sub>
X <sub>1</sub>	-6,15	-0,06	2,03	-3,54	0,88	-0,73	5,80	1,82	-0,71
X <sub>2</sub>		-0,47	1,44		-0,53	1,11		-0,07	0,46
X <sub>3</sub>			-6,87			-3,83			-4,22

Fonte: Dados da pesquisa, sendo X<sub>1</sub> terra (área explorada); X<sub>2</sub>, capital (despesas); e X<sub>3</sub>, trabalho (pessoal ocupado).

A concavidade é uma das condições de regularidade da função de produção. Essa condição é testada através do Hessiano Orlado, que deve ser negativo semi-definido, mas pode ser verificado na diagonal principal da matriz das elasticidades, cujos valores devem ser negativos (Tabela 3). Isso é verificado no grupo total e no grupo eficiente, mas no grupo ineficientes a elasticidade parcial de substituição direta relativa à área explorada é positiva ( $\sigma_{11}=5,80$ ). No entanto, ao se tomar a média das elasticidades ou calcular as elasticidades no ponto médio, pode ocorrer que alguma observação muito discrepante leve à obtenção de um valor não representativo da amostra. Para verificar essa possibilidade, os valores das elasticidades foram estratificados, definindo-se intervalos próximos às médias calculadas.

Na Tabela 4, para cada elasticidade encontram-se na linha os valores médios de cada estrato e a frequência de ocorrência desses valores, apresentada em valores percentuais. Esses estratos correspondem às colunas A, B, C, D, E, F e G da Tabela 4. Os intervalos entre parênteses foram estabelecidos de forma aleatória, não seguindo nenhum critério estatístico, apenas para verificar se os valores médios estavam coerentes com o total da amostra. No caso da elasticidade parcial de substituição direta para o fator X<sub>1</sub> – área explorada, no grupo ineficiente, somando os valores percentuais ao longo da linha, verifica-se que 96% dos municípios apresentaram elasticidades parciais de substituição negativos, o que indica que, na maioria deles, a condição necessária para

concavidade da função de produção é atendida. Essa diferença em relação ao valor médio ocorre em função de um ou mais municípios que, além de não atenderem a essa condição, apresentaram valores de elasticidades muito elevados (*outlier*).

Tabela 4 – Valores médios das elasticidades parciais de substituição de Allen discriminadas por estratos

	A		B		C		D		E		F		G		Total	
Total	Valor	%	Valor	%	Valor	%	Valor	%	Valor	%	Valor	%	Valor	%	Média	%
$\sigma_{11}$	-25,92	16	-6,85	8	-4,74	25	-3,05	46	-1,63	3	-	0	69,46	2	-6,15	100
$\sigma_{12}$	-23,02	1	-7,13	1	-5,07	0	-2,85	3	-0,59	20	0,36	73	11,78	2	-0,06	100
$\sigma_{13}$	-20,72	1	-6,57	1	-4,80	0	-3,50	1	-1,23	0	1,60	73	3,93	26	2,03	100
$\sigma_{22}$	-	0	-6,55	1	-4,23	0	-2,66	1	-0,47	97	1,26	1	3,39	1	-0,47	100
$\sigma_{23}$	-	0	-	0	-	0	-3,42	1	-1,36	0	1,40	97	3,60	2	1,44	100
$\sigma_{33}$	-9,69	23	-7,44	16	-6,53	24	-5,51	23	-4,61	10	-3,65	4	-2,59	1	-6,87	100
Eficientes																
$\sigma_{11}$	-30,74	9	-6,88	5	-4,78	16	-2,86	52	-1,78	15	-	0	60,93	4	-3,54	100
$\sigma_{12}$	-	0	-	0	-	0	-3,81	1	-0,15	3	0,88	93	6,15	3	0,88	100
$\sigma_{13}$	-32,47	2	-6,59	1	-4,69	3	-2,55	4	-0,69	84	0,05	2	20,39	4	-0,73	100
$\sigma_{22}$	-	0	-	0	-	0	-	0	-0,56	96	0,21	4	-	0	-0,53	100
$\sigma_{23}$	-	0	-	0	-	0	-2,49	1	-1,03	1	1,11	97	3,29	2	1,11	100
$\sigma_{33}$	-11,68	4	-6,79	5	-4,76	32	-3,09	55	-1,10	2	1,38	1	8,92	2	-3,83	100
Ineficientes																
$\sigma_{11}$	-30,14	15	-6,86	7	-4,76	20	-2,93	51	-1,72	4	-	0	375,41	4	5,8	100
$\sigma_{12}$	-26,39	1	-6,69	1	-5,19	1	-2,98	3	-0,51	20	0,35	70	62,12	4	1,82	100
$\sigma_{13}$	-194,88	2	-6,76	1	-5,31	1	-3,62	1	-	0	1,60	63	6,00	34	-0,71	100
$\sigma_{22}$	-	0	-	0	-	0	-3,37	1	-0,40	95	0,90	2	30,40	1	-0,07	100
$\sigma_{23}$	-72,50	1	-	0	-	0	-2,58	1	-0,41	2	0,94	93	5,27	3	0,46	100
$\sigma_{33}$	-14,35	6	-6,93	12	-4,82	45	-3,53	35	-1,87	1	0,32	1	84,55	1	-4,22	100

Fonte: Dados da pesquisa, sendo  $X_1$  área explorada (terra);  $X_2$ , despesas (capital); e  $X_3$  pessoal ocupado (trabalho). Estratos: A ( $\sigma_{ij} < -8$ ), B ( $-8 < \sigma_{ij} < -6$ ), C ( $-6 < \sigma_{ij} < -4$ ), D ( $-4 < \sigma_{ij} < -2$ ), E ( $-2 < \sigma_{ij} < 0$ ) e F ( $0 < \sigma_{ij} < 2$ ).

Tabela 5 – Valores mais prováveis das elasticidades parciais de substituição de Allen para o grupos total, eficiente e ineficiente, calculados com base na Tabela 4

	Total			Eficientes			Ineficientes		
	X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>	X <sub>3</sub>	X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>	X <sub>3</sub>	X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>	X <sub>3</sub>
X <sub>1</sub>	-3,05 (46%)	0,36 (73%)	1,60 (73%)	-2,86 (52%)	0,88 (93%)	-0,69 (84%)	-2,93 (51%)	0,35 (70%)	1,60 (63%)
X <sub>2</sub>		-0,47 (97%)	1,40 (97%)		-0,56 (96%)	1,11 (97%)		-0,40 (95%)	0,94 (93%)
X <sub>3</sub>			-6,53 (24%)			-3,09 (55%)			-3,53 (35%)

Fonte: Dados da pesquisa, sendo sendo X<sub>1</sub> área explorada (terra); X<sub>2</sub>, despesas (capital); e X<sub>3</sub>, pessoal ocupado (trabalho).

Ao separar os municípios para estimação do modelo, foi possível verificar diferenças relativas nas elasticidades de substituição entre os grupos. Na Tabela 5, apresentam-se os valores de elasticidades que mais ocorreram, com base nos dados da Tabela 4. Como se pode verificar, nessa tabela, a partir da elasticidade parcial de substituição área explorada (X<sub>1</sub>) e despesa (X<sub>2</sub>), no grupo total, 73% dos municípios apresentaram valores em média de 0,36, isto é,  $\sigma_{12}=0,36$ . O fato de as elasticidades de Allen serem simétricas e do tipo “um fator-um preço”, de acordo com Lima (2000), mostra a mudança percentual na quantidade de um fator resultante da mudança percentual no preço do outro fator; neste caso, incrementando em 10% o preço da terra, tem-se um aumento de 3,6% no uso do capital. Então, a relação de substituição indica que aumentos no preço da área explorada levam à substituição desse fator pelo uso mais intensivo de insumos (despesa), no sentido de manter a mesma produção (mesma isoquanta). Nota-se, nessa tabela, que o grupo eficiente é mais sensível a mudanças nos preços da terra, por ter apresentado elasticidade de 0,88. Isso significa que os municípios mais eficientes têm maior flexibilidade em substituir terra por capital.

A relação área explorada (X<sub>1</sub>) e mão-de-obra (X<sub>3</sub>) apresenta relação de substituição para o grupo total e dos ineficientes. Estes últimos, apesar

de, na média, apresentarem um valor negativo para a elasticidade de substituição de  $-0,71$ , 63% dos municípios exibem valores médios ( $\sigma_{13}=1,60$ ) iguais ao do grupo total. Essa relação de substituição não se verificou no grupo eficientes, pelo fato de que 84% dos municípios eficientes apresentaram valor médio de  $-0,69$ . Esses resultados indicam que, nos municípios eficientes, a relação área explorada ( $X_1$ ) e mão-de-obra ( $X_3$ ) indica que são complementares; essa mesma relação dos ineficientes indica substituição. Aumento no preço da terra leva a um uso mais intensivo da mão-de-obra no grupo ineficientes, o que caracteriza substituição. Nos eficientes, o aumento no preço da terra leva à diminuição no uso de mão-de-obra, pelo fato de esses fatores serem complementares no processo produtivo. Como se pôde verificar, ao agregar os municípios (total) incorre-se em erros, porque realmente existem diferenças significativas nas elasticidades de substituição dos diferentes grupos.

A relação despesas ( $X_2$ ) e mão-de-obra ( $X_3$ ) foi de substituição em todos os grupos, indicando que aumento nos gastos com mão-de-obra leva a uma menor utilização de insumos (despesa). Esse valor é maior no grupo eficientes, indicando que este grupo tem maior flexibilidade em substituir despesas por mão-de-obra quando há variações no preço da mão-de-obra.

#### **4. Conclusões**

Os resultados foram satisfatórios, uma vez que se puderam discriminar os municípios relativamente ineficientes e identificar a diferença nas elasticidades da produção e de substituição dos fatores dos diferentes grupos. Uma das principais conclusões é de que a agregação dos municípios gera resultados viesados, sendo necessária a desagregação e adoção de políticas de apoio diferenciadas entre os municípios, pelo fato de existirem diferenças em termos da eficiência produtiva e elasticidades de produção e de substituição dos fatores.

Quanto mais quantidade e qualidade de informações disponíveis para os tomadores de decisão, mais coerentes serão as políticas adotadas no setor. Este artigo aparece numa ocasião oportuna, em que a utilização

conjunta das duas etapas (separar os grupos e estimar a função de produção) é necessária para aproximar os resultados da realidade e auxiliar a formulação e implementação de políticas para o setor agropecuário. Verificou-se que, além da necessidade de discriminar a função de produção de acordo com o nível de eficiência produtiva, é necessário calcular a elasticidade de substituição em cada ponto da amostra para testar as condições de regularidade da função. A estimação das elasticidades de substituição no ponto médio pode não ser adequada, uma vez que a média não necessariamente representa a amostra, uma vez que pode haver determinados pontos em que os valores calculados são muito discrepantes dos demais. Devem-se, portanto, sempre que possível, calcular as elasticidades em cada ponto e analisar o comportamento da amostra.

### Referências bibliográficas

CHARNES, A.; COOPER, W. W.; RHODES, E. Measuring the efficiency of decision making units. **European Journal of Operational Research**, v. 2, p. 429-444, 1978.

CHARNES, A.; COOPER, W. W.; LEWIN, A. Y.; SEIFORD, L. M. **Data envelopment analysis: theory, methodology, and application**. Dordrecht: Kluwer Academic, 1994. 513 p.

CHERCHYE, L.; KUOSMANEN, T.; POST, T. What is the economic meaning of FDH? A replay to Trahl. **Journal of Productivity Analysis**, v. 13, n. 3, p. 259-263, 2000.

COELLI, T. J.; RAO, P.; BATTESE, G. E. **An introduction to efficiency and productivity analysis**. Dordrecht: Kluwer Academic, 1998. 275 p.

DEBERTIN, D. L. **Agricultural production economics**. New York. Macmillan Publishing Company, 1998. 366 p.

DEBREU, G. The coefficient of resource utilization. **Econometrica**, v.

19, p. 273-292, 1951.

FARE, R.; GROSSKOPF, S.; LOVELL, C. A. K. **Production frontiers**. Cambridge: Cambridge University, 1994b. 295 p.

FARRELL, M. J. The measurement of productive efficiency. **Journal of the Royal Statistical Society**, v. 120, p. 252-290, 1957.

FORSUND, R. F.; SARAFOGLOU, N. **On the origins of data envelopment analysis**. Oslo, Norway: Department of Economics, University of Oslo, 2000. (Memorandum, 24).

FUNDAÇÃO JOÃO PINHEIRO – FJP. **Informativo CEI** – Produto interno bruto 2000. Belo Horizonte, 2001.

GAZETA MERCANTIL, Belo Horizonte, p. 22, 10 maio 2002.

KOOPMANS, T. C. Analysis of production as an efficient combination of activities. In: KOOPMANS, T. C. **Activity analysis of production and allocation**. New York: Wiley, 1951.

LIMA, J. L. Definições e aplicações de elasticidades de substituição: revisão e aplicação. **Revista de Economia e Sociologia Rural**, v. 38, n. 1, jan./mar. 2000.

LINS, M. P. E.; MEZA, L. A. **Análise envoltória de dados e perspectivas de integração no ambiente de apoio à tomada de decisão**. Rio de Janeiro: COPPE/UFRJ, 2000. 232 p.

MARMOLINERO, C.; WORACKER, D. Data envelopment analysis: a non-mathematical introduction. **Operational Research Insight**, v. 9, n. 4, p. 22-33, 1996.

SATO, K. **Production functions and aggregation**. Amsterdam: North-Holland Publishing Company, 1975. 313 p.

SHEPHARD, R. W. **The theory of cost and production functions.** Princeton: Princeton University, 1970. 308 p.

TUPY, O.; YAMAGUCHI, L. C. T. Eficiência e produtividade: conceitos e medição. **Agricultura em São Paulo**, v. 45, n. 2, p. 39-51, 1998.

**Abstract** - The objective of this study was to analyze the aggregate agriculture production function for the state of Minas Gerais. The analysis was accomplished in two phases. First, we separate the municipalities in terms of the productive efficiency, using the non-parametric approach of data envelopment analysis. In a second phase, a *translog* production function was adjusted for the efficient groups and for the inefficient ones, whose parameters were obtained by the ordinary least square method. This article indicates an analytic procedure that can subsidize the estimate of production functions more coherent with the reality, in the sense that relaxes the neoclassical assumptions that the firms are efficient. The results were coherent, once it was possible to separate the relatively inefficient municipal districts, to identify the difference in the partial elasticity of output and the elasticity of substitution between inputs in different groups. The conclusions indicated that is necessary to discriminate the production function in agreement with the level of productive efficiency and to calculate the elasticity of substitution in each point of the sample to test the regularity conditions in the production function.

**Key-Words:** Aggregate production function, technical efficiency, elasticity of substitution, Minas Gerais.